Pregunta **2**

Incorrecta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

En $\mathbb{R}_2[x]$ con el producto interno definido por

$\langle p,q\rangle = \frac{3}{2}\int_{-1}^{1} x^2 p(x)q(x)dx,$

se considera el subespacio $\mathbb{S} = \{p \in \mathbb{R}_2[x] : p(0) = p'(0) = 0\}$.

La proyección de $q(x) = 8x^2 + 3x + 5$ sobre $\mathbb{S}^{\perp}$ es:

Seleccione una:

a. $-7x^2 + 8x + 5$.

b. $-\frac{56}{5}x^2 + 3x + 8$.

c. Ninguna de las otras es correcta.

d. $-7x^2 + 3x + 5$.

e. $-\frac{21}{5}x^2 + 8x + 3$. ✖

La respuesta correcta es: $-7x^2 + 3x + 5$.

Pregunta **3**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sean $\mathbb{S}_1$ y $\mathbb{S}_2$ los subespacios de $\mathbb{R}^4$ definidos por:

$\mathbb{S}_1 = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_3 = 0,\ x_2 - x_4 = 0 \right\},$

$\mathbb{S}_2 = \mathrm{gen}\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \right\}.$

Entonces:

Seleccione una:

a. El menor subespacio que contiene a $\mathbb{S}_1$ y $\mathbb{S}_2$ es $\mathbb{T} = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^4 : x_2 - x_4 = 0 \right\}$.

b. $\mathbb{S}_1 = \mathbb{S}_2$.

c. Ninguna de las otras es correcta.

d. El mayor subespacio contenido en $\mathbb{S}_1$ y $\mathbb{S}_2$ es $\left\{ \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \right\}$.

e. Existe un subespacio $\mathbb{T} \subseteq \mathbb{R}^4$ tal que $\mathbb{S}_1 \oplus \mathbb{T} = \mathbb{S}_2 \oplus \mathbb{T} = \mathbb{R}^4$. ✔

Pregunta **4**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea $\mathbb{V}$ un $\mathbb{R}$ -espacio vectorial de dimensión 3 y sea $B=\{v_1,\ v_2,\ v_3\}$ una base de $\mathbb{V}$. El conjunto

$\{-(5+\lambda)v_1-6v_2+3v_3,\ 2v_1+(3-\lambda)v_2-2v_3, -2v_1-2v_2-\lambda v_3\}$

es linealmente independientes si, y sólo si,

Seleccione una:

a. $\lambda \notin \{1,2,4\}$.

b. $\lambda \notin \{0,1,3\}$.

c. $\lambda \notin \{-2,-1,1\}$. ✔

d. $\lambda \notin \{-1,0,2\}$

e. Ninguna de las otras es correcta.

La respuesta correcta es: $\lambda \notin \{-2,-1,1\}$.

Pregunta **5**

Incorrecta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sean $\mathbb{S}_1$ y $\mathbb{S}_2$ los subespacios de $\mathbb{R}^3$ definidos por

$\mathbb{S}_1=\left\{\begin{bmatrix}x_1 & x_2 & x_3\end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^3 : x_3=0\right\}$ y

$\mathbb{S}_2=\text{gen}\left\{\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}^T\right\}$

y sea $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal definida por:

$T\left(\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}^T\right)=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}^T,$

$T\left(\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}^T\right)=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}^T,$

$T\left(\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\end{bmatrix}^T\right)=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\end{bmatrix}^T.$

Entonces:

Seleccione una:

a. T es la proyección de $\mathbb{R}^3$ sobre $\mathbb{S}_1$ en la dirección de $\mathbb{S}_2$.

b. Ninguna de las otras es correcta.

c. T es la simetría de $\mathbb{R}^3$ con respecto $\mathbb{S}_1$ en la dirección de $\mathbb{S}_2$. ✘

d. T es la proyección de $\mathbb{R}^3$ sobre $\mathbb{S}_2$ en la dirección de $\mathbb{S}_1$.

e. T es la simetría de $\mathbb{R}^3$ con respecto $\mathbb{S}_2$ en la dirección de $\mathbb{S}_1$.

Pregunta **6**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea $B = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ la base de $\mathbb{R}_3[x]$ definida por

$p_1(x) = -\frac{1}{6}x(x-1)(x-2)$,

$p_2(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-1)(x-2)$,

$p_3(x) = -\frac{1}{2}(x+1)x(x-2)$,

$p_4(x) = \frac{1}{6}(x+1)x(x-1)$,

y sea $p(x) = 1 - x + x^2 - x^3$. Entonces

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta.
- b. $[p]^B = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 4 & 1 \end{bmatrix}^T$.
- c. $[p]^B = \begin{bmatrix} -5 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$.
- d. $[p]^B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 4 \end{bmatrix}^T$.
- e. $[p]^B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}^T$. ✔

La respuesta correcta es: $[p]^B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}^T$.

Pregunta **7**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

La solución por cuadrados mínimos de la ecuación

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ es}$$

Seleccione una:

- a. $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{8}{3} & -10 \end{bmatrix}^T$.
- b. $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{8}{3} & 15 \end{bmatrix}^T$.
- c. $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{8}{3} & -5 \end{bmatrix}^T$.
- d. Ninguna de las otras es correcta.
- e. $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{8}{3} & -15 \end{bmatrix}^T$. ✔

Pregunta **8**

Incorrecta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ una matriz tal que $\operatorname{col}(A) = \operatorname{gen}\left\{\begin{bmatrix}1 & 3 & 2\end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix}2 & 3 & 1\end{bmatrix}^T\right\}$ y $\operatorname{nul}(A) = \operatorname{gen}\left\{\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}^T\right\}$.

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta.
- b. Si $b = \begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}^T$, entonces el sistema lineal $Ax = b$ es compatible. ✖
- c. Si $b = \begin{bmatrix}0 & 1 & -1\end{bmatrix}^T$, entonces el sistema lineal $Ax = b$ es compatible.
- d. Si $b = \begin{bmatrix}1 & 0 & -1\end{bmatrix}^T$, entonces el sistema lineal $Ax = b$ es compatible.
- e. Si $b = \begin{bmatrix}5 & 3 & 2\end{bmatrix}^T$, entonces el sistema lineal $Ax = b$ es compatible.

La respuesta correcta es: Si $b = \begin{bmatrix}1 & 0 & -1\end{bmatrix}^T$, entonces el sistema lineal $Ax = b$ es compatible.

Pregunta **9**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea $T \in \mathcal{L}(\mathbb{R}_2[x], \mathbb{R}^3)$ y sea

$$[T]_B^C = \begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

la matriz de T con respecto a las bases $B = \{1+x, x+x^2, 1+x^2\}$ de $\mathbb{R}_2[x]$ y $C = \left\{\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix}1 & 0 & 1\end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix}0 & 1 & 1\end{bmatrix}^T\right\}$ de $\mathbb{R}^3$,

entonces todas la soluciones de la ecuación $T(p) = \begin{bmatrix}1 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$ son de la forma:

Seleccione una:

- a. Ninguna de las otras es correcta.
- b. $p(x) = 1 + x + a$ con $a \in \mathbb{R}$.
- c. $p(x) = 1 - x + a(1 - x - x^2)$ con $a \in \mathbb{R}$.
- d. $p(x) = x + x^2 + ax$ con $a \in \mathbb{R}$. ✔
- e. $p(x) = 1 + x^2 + ax^2$ con $a \in \mathbb{R}$.

La respuesta correcta es: $p(x) = x + x^2 + ax$ con $a \in \mathbb{R}$.

Pregunta **10**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

En $\mathbb{R}^2$ con el producto interno definido por

$$\langle x, y\rangle = y^T \begin{bmatrix} 25 & -5 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} x$$

se consideran los subespacios $\mathbb{S}_1 = \text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T\right\}$ y $\mathbb{S}_2 = \text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T\right\}$. El conjunto $\{x \in \mathbb{R}^2 : d(x, \mathbb{S}_1) = d(x, \mathbb{S}_2)\}$ es

Seleccione una:

a. $\text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 2 & 5 \end{bmatrix}^T\right\} \cup \text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 2 & -5 \end{bmatrix}^T\right\}$. ✔

b. $\text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix}^T\right\} \cup \text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 3 & -2 \end{bmatrix}^T\right\}$.

c. Ninguna de las otras es correcta.

d. $\text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}^T\right\} \cup \text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 2 & -3 \end{bmatrix}^T\right\}$.

e. $\text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 5 & 2 \end{bmatrix}^T\right\} \cup \text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 5 & -2 \end{bmatrix}^T\right\}$.

La respuesta correcta es: $\text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 2 & 5 \end{bmatrix}^T\right\} \cup \text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 2 & -5 \end{bmatrix}^T\right\}$.

Pregunta **11**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea B la base de $\mathbb{R}_3[x]$ definida por

$B = \{1 + x, 1 - x, 2x^2 + 3x^3, 3x + 5x^2\}$

y sea $T \in \mathcal{L}(\mathbb{R}_3[x])$ definida por

$T(1 + x) = 3x^2 + 2x^3,$

$T(1 - x) = 5x + 3x^2,$

$T(2x^2 + 3x^3) = 15x + 15x^2 + 4x^3,$

$T(3x + 5x^2) = 25x + 24x^2 + 6x^3.$

Entonces:

Seleccione una:

a. $\text{Nu}(T) = \text{gen}\{-3x^3 - 2x^2 - x + 5, -5x^2 - 5x + 8\}$. ✔

b. Ninguna de las otras es correcta.

c. $\text{Im}(T) = \text{gen}\{9x^2 + 21x + 4, 3x + 2\}$.

d. $\text{Im}(T) = \text{gen}\{3x + 2, 1\}$.

e. $\text{Nu}(T) = \text{gen}\{6x^3 + 19x^2 + 8x - 1, 9x^3 + 31x^2 + 16x - 1\}$.

Pregunta **12**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea $L: C^\infty(\mathbb{R}) \to C^\infty(\mathbb{R})$ el operador diferencial $L[y] = y'' + a_1 y' + a_0 y$ tal que la ecuación $L[y] = 0$ tiene como solución a la función $y = 2e^{3x} + 3e^{2x}$. La solución general de la ecuación $L[y] = e^x$ es

Seleccione una:

a. Ninguna de las otras es correcta.

b. $y = \frac{1}{2}e^{3x} + ae^{x} + be^{2x}$, con $a, b \in \mathbb{R}$.

c. $y = -e^{2x} + ae^{x} + be^{3x}$, con $a, b \in \mathbb{R}$.

d. $y = \frac{1}{2}e^{x} + ae^{3x} + be^{2x}$, con $a, b \in \mathbb{R}$. ✔

e. $y = \frac{1}{6}e^{5x} + ae^{2x} + be^{3x}$, con $a, b \in \mathbb{R}$.

La respuesta correcta es: $y = \frac{1}{2}e^{x} + ae^{3x} + be^{2x}$, con $a, b \in \mathbb{R}$.

Pregunta **13**

Incorrecta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

En $\mathbb{R}^2$ con el producto interno definido por

$$\langle x, y \rangle = y^T \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 9 \end{bmatrix} x$$

se considera el subespacio $\mathbb{S} = \text{gen}\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T \right\}$. Entonces:

Seleccione una:

a. El complemento ortogonal de $\mathbb{S}$ es $\mathbb{S}^\perp = \text{gen}\left\{ \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}^T \right\}$.

b. Ninguna de las otras es correcta.

c. La proyección ortogonal sobre $\mathbb{S}$ de $\begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}^T$ es $P_{\mathbb{S}}\left(\begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}^T \right) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}^T$.

d. La distancia de $\begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}^T$ a $\mathbb{S}$ es $12\sqrt{3}$. ✖

e. La matriz con respecto a la base canónica de la proyección ortogonal de $\mathbb{R}^2$ sobre $\mathbb{S}$ es $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

La respuesta correcta es: El complemento ortogonal de $\mathbb{S}$ es $\mathbb{S}^\perp = \text{gen}\left\{ \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}^T \right\}$.